

Série A N° 154
N° d'Ordre 176

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR ES-SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR M. PIERRE HENRY

ASSISTANT A L'INSTITUT DE CHIMIE DE PARIS

1^{re} Thèse :

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LES VITESSES DE DÉFORMATION DES MÉTAUX AUX HAUTES TEMPÉRATURES

2^e Thèse :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le

14 JUN

1927, devant la Commission d'examen

MM. : KÖENIGS,
CHABRIÉ
M. GUICHARD
VILLEY

Président.

Examineurs.



ÉDITIONS DE LA REVUE DE MÉTALLURGIE
5, CITÉ PIGALLE, PARIS (IX^e)

1927

Série A N° 154
N° d'Ordre 176

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR ES-SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PAR M. PIERRE HENRY

ASSISTANT A L'INSTITUT DE CHIMIE DE PARIS

1^{re} Thèse :

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LES VITESSES DE DÉFORMATION DES MÉTAUX AUX HAUTES TEMPÉRATURES

2^e Thèse :

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le

14 JUIN

1927, devant la Commission d'examen

MM. : KÖENIGS,
CHABRIÉ
M. GUICHARD
VILLEY

Président.

Examineurs.



ÉDITIONS DE LA REVUE DE MÉTALLURGIE
5, CITÉ PIGALLE, PARIS (IX^e)

1927

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen C. MAURAIN, *Professeur*, Physique du globe.

Doyens honoraires P. APPELL, M. MOLLIARD.

Professeurs honoraires
 P. PUISEUX.
 V. BOUSSINESQ.
 A. JOANNIS.
 H. LE CHATELIER.
 H. LEBESGUE.
 A. FERNBACH.
 A. LEDUC.
 G. SAGNAC.

Emile PICARD.....	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
G. KOENIGS.....	Mécanique physique et expérimentale.
E. GOURSAT.....	Calcul différentiel et calcul intégral.
P. JANET.....	Electrotechnique générale.
F. WALLERANT.....	Minéralogie.
H. ANDOYER.....	Astronomie.
P. PAINLEVÉ.....	Mécanique analytique et mécanique céleste.
E. HAUG.....	Géologie.
Gabriel BERTRAND.....	Chimie biologique.
Mme P. CURIE.....	Physique générale et radioactivité.
M. CAULLERY.....	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
G. URBAIN.....	Chimie minérale.
Emile BOREL.....	Calcul des probabilités et Physique mathématique.
L. MARCHIS.....	Aviation.
Jean PERRIN.....	Chimie physique.
Rémy PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
H. ABRAHAM.....	Physique.
M. MOLLIARD.....	Physiologie végétale.
E. CARTAN.....	Géométrie supérieure.
L. LAPICQUE.....	Physiologie générale.
E. VESSIOT.....	Théorie des groupes et calcul des variations.
A. COTTON.....	Physique générale.
J. DRACH.....	Application de l'analyse à la géométrie.
Charles FABRY.....	Physique.
Charles PÉREZ.....	Zoologie.
Léon BERTRAND.....	Géologie appliquée et géologie régionale.
R. LESPIEAU.....	Théories chimiques.
E. RABAUD.....	Biologie expérimentale.
P. PORTIER.....	Physiologie comparée.
E. BLAISE.....	Chimie organique.
P.-A. DANGEARD.....	Botanique.
P. MONTEL.....	Mécanique rationnelle.
P. WINTREBERT.....	Anatomie et histologie comparées.
O. DUBOSCQ.....	Biologie maritime.
G. JULIA.....	Mathématiques générales.
A. JOB.....	Chimie générale.
A. MAILHE.....	Etude des combustibles.
L. LUTAUD.....	Géographie physique.
Eugène BLOCH.....	Physique théorique et physique céleste.

E. HÉROUARD.....	Zoologie.
E. PÉCHARD.....	Chimie (Enseign. P. C. N.)
V. AUGER.....	Chimie analytique.
M. GUICHARD.....	Chimie minérale.
A. GUILLET.....	Physique.
C. MAUGUIN.....	Minéralogie.
L. BLARINGHEM.....	Botanique.
A. MICHEL-LÉVY.....	Pétrographie.
A. DEREIMS.....	Géologie.
R. DONGIER.....	Physique du globe.
A. DENJOY.....	Calcul différentiel et intégral.
H. BÉNARD.....	Physique (P.C.N.).

E. DARMOIS.....	Physique.
G. BRUHAT.....	Physique.
H. MOUTON.....	Chimie physique.
L. JOLEAUD.....	Paléontologie.
M. JAVILLIER.....	Chimie biologique.
A. DUFOUR.....	Physique (P. C. N.).
F. PICARD.....	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
ROBERT-LÉVY.....	Zoologie.
L. DUNOYER.....	Optique appliquée.
A. GUILLIERMOND.....	Botanique (P. C. N.).
A. DEBIERNE.....	Radioactivité.

Secrétaire Daniel TOMBECK.



A mon Maître,

M. H. LE CHATELIER

Membre de l'Institut

A MA MÈRE,

A MA FEMME,

TABLE DES MATIERES

	Pages
Historique	9
Introduction	10
Dispositif expérimental.....	10
Notations, Erreurs.....	13
Relation entre la vitesse de torsion et la charge.....	14
Relation entre la charge et la température.....	17
Valeurs numériques des coefficients, Vérifications, Limites d'emploi de la formule	25
Remarques	26
Relations avec l'essai de traction.....	27
Remarques	29
Résumé et Conclusions.....	30
Bibliographie	30

Recherches expérimentales sur les vitesses de déformation des métaux aux hautes températures

PAR M. PIERRE HENRY

○ ○ ○

HISTORIQUE.

L'étude de la déformation des solides est une question qui a retenu l'attention d'un très grand nombre de chercheurs ; les métaux en particulier ont suscité à cet égard de multiples recherches, les unes purement théoriques, les autres expérimentales, depuis les travaux de science pure, exécutés au laboratoire jusqu'aux essais industriels exécutés en grand à l'usine, la plus grande partie d'ailleurs tenant le milieu entre ces extrêmes. L'abondance des mémoires publiés rendrait vaine l'idée d'une bibliographie un peu complète du sujet. Je me bornerai seulement à indiquer, outre les mémoires auxquels se rattachent mes travaux, quelques études générales de la déformation et de la torsion des métaux.

L'une des premières études sur le sujet est celle de Tresca : « Poinçonnage et théorie mécanique de la déformation des métaux » (1) (2). Le sujet a été traité ensuite, surtout du point de vue théorique, par M. Brillouin dans une série d'articles et de notes, pour laquelle je ne fournis que quelques références bibliographiques, se rapportant principalement à des discussions de résultats expérimentaux (3) (4) (5).

M. Bouasse, étudiant la torsion de fils métalliques a précisé la technique et les précautions à suivre (6) (7) (8) (9) ; la partie expérimentale repose sur ses expériences personnelles et sur celles de M. Z. Carrière, exécutées sur des fils montés en pendules de torsion. Ces expériences n'ont pas un rapport direct avec les miennes, cependant M. Bouasse dans la discussion de ses résultats fournit nombre de renseignements généraux importants ; propose une classification des déformations ;

distingue deux types métalliques au point de vue des déformations permanentes : métaux à *frottement solide* et métaux à *frottement liquide* ou métaux *visqueux*, à partir d'une température propre à chaque métal il y a passage progressif du premier type au second (pour le cuivre, par exemple cette zone de températures se place aux environs de 300°). Egalement M. Bouasse admet que la déformation permanente a lieu dès le début de la mise en charge.

La recherche des coefficients de frottement interne des métaux a été effectuée par la méthode de l'amortissement des oscillations de torsion de fils métalliques, enregistrement photographique et calcul du décrétement logarithmique. Dans cette voie M. C. E. Guye et ses élèves (10) (11) (12) (13) ont publié de nombreux mémoires sur le frottement interne de divers métaux, de verres et du quartz. Mais l'emploi de fils fins (de diamètre inférieur à 0 mm. 5), l'absence de déformations permanentes et les températures peu élevées (maximum 360°) font que je n'insiste pas sur leurs résultats. Tout à fait analogues sont les travaux de MM. K. Honda et S. Konno (14). M. Horton, de son côté, a opéré quelques recherches sur la viscosité des métaux, mais seulement aux basses températures.

Avec la note de M. Chévenard « Sur la viscosité des aciers aux températures élevées » (16), j'arrive plus directement au sujet que j'ai traité. M. Chévenard est le premier à avoir signalé sur des aciers soumis à l'essai de traction, que pour une température et une charge données la vitesse d'extension d'abord très rapide, décroissait progressivement et se fixait à une valeur constante, pour des efforts convenables. Cette vitesse cons-

tante caractérisait, empiriquement, la viscosité du métal. Une seconde note (17) de M. Chévenard et un travail récent de MM. J. Cournot et K. Sasagawa (18) continuent ces recherches ; j'insisterai plus longuement sur ce dernier travail dans un chapitre spécial, étant donnés les rapprochements intéressants qu'il y a lieu de faire avec mes expériences.

Je citerai encore deux mémoires, l'un de M. E. Dupuy (20), l'autre de M. Dikenson (21) sur les charges de rupture par traction et leurs variations avec la température, auxquels j'ai emprunté quelques chiffres.

INTRODUCTION.

Le mémoire fondamental, sur lequel repose toute l'étude qui va suivre est celui de MM. H. et F. Le Chatelier « Sur les propriétés mécaniques des corps plastiques » (22). La méthode choisie consistait à tordre autour de son axe une barre rigide, de la matière soumise à l'essai, maintenue à une température assez élevée et soumise à un couple convenable, suffisant pour la déformer, mais trop faible pour amener un écrouissage notable. Dans ces conditions on peut, pour la majeure partie des corps, distinguer trois phases bien caractérisées dans la déformation à charge constante :

1° *Déformation élastique, instantanée*, qui disparaît immédiatement après la suppression de l'effort.

2° *Déformation subpermanente* dont l'ordre de grandeur est comparable à celui de la déformation instantanée, mais qui se produit lentement et ne disparaît que progressivement après la suppression de l'effort.

3° *Déformation visqueuse*, continuant la déformation subpermanente, se produit plus ou moins rapidement selon la force exercée, mais toujours à *vitesse constante* et ne disparaît pas après la suppression de l'effort qui lui a donné naissance. C'est donc une *déformation permanente*.

J'ai repris la méthode et la technique exposées dans cette note pour étudier la viscosité de quelques métaux aux hautes températures. J'ai choisi aussi la méthode de torsion qui présentait l'avantage de pouvoir faire subir à l'éprouvette des déformations assez considérables sans diminution de diamètre et qui me permettait au point de vue technique l'installation d'un appareil simple et peu encombrant, car j'avais résolu d'opérer sur des barres d'un diamètre suffisant pour que, même en cas de cristallisation à gros grains, chaque cristal ne puisse occuper qu'une faible partie de la section, ce qui risquait de ne pas avoir lieu avec des

fil fins. Ces divers avantages ne se présentaient pas avec la méthode de traction préconisée et employée par d'autres auteurs.

Dans un travail, paru en 1917 mais dont je n'ai eu connaissance qu'à la fin de mes mesures M. A. A. Michelson (23) interprète théoriquement, d'une façon assez concise et sans apport expérimental dans sa note, les résultats de recherches menées sur plusieurs corps d'une façon tout à fait semblable à la mienne, mesurant la torsion par mesures micrométriques au lieu d'enregistrement photographique. Ce fait, joint à ce que les expériences paraissent avoir été exécutées à la température ordinaire, me font supposer que les déformations étaient toujours extrêmement faibles.

Les formules, peu simples, auxquelles aboutit M. Michelson reliant le couple de torsion, le déplacement et le temps, ne paraissent pas en accord avec l'existence, parfaitement établie d'une vitesse de déformation visqueuse constante, c'est-à-dire indépendante du temps. Je crois en définitive que mes mesures ne se rapportent pas au même phénomène, M. Michelson n'ayant dû entrer que fort peu dans la zone des déformations permanentes.

Quant à l'influence du facteur température, sans savoir entre quelles limites il a varié, les formules le représentant sont trop compliquées pour supporter une discussion sans les résultats expérimentaux.

M. Michelson a choisi l'essai de torsion pour les raisons qui m'ont guidé ; il adopte les mêmes divisions de la déformation mécanique que moi et admet que le déplacement visqueux doit commencer dès le début de la période élastique, tout en y gardant une valeur très faible.

Les recherches qui suivent ont été exécutées au laboratoire de Chimie Générale de la Sorbonne. Je prie mon Maître M. Henry Le Chatelier, d'agréer l'expression de ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il a bien voulu prendre à mes travaux et les conseils qu'il m'a sans cesse prodigués.

Je désire aussi remercier M. Marcel Guichard, professeur à la Faculté des Sciences, dont les encouragements et les bienveillantes critiques m'ont fort aidé au cours de cette étude.

DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL.

La barre métallique soumise à l'essai était maintenue horizontale, chaque extrémité était serrée dans un mandrin coaxial ; l'un solidement encasté constituait le point fixe, l'autre servait d'axe à une poulie de 7 cm. de rayon (à la gorge), ce mandrin reposait sur des poulies croisées comme dans une machine d'Atwood, les pertes par frot-

tement furent ainsi faibles (pour des essais où la barre était libre ils furent d'environ 2 0/0 des forces). Des poids étaient suspendus à la poulie de façon à former un couple, et grâce à 2 poulies de renvoi, l'axe, c'est-à-dire la barre essayée n'était soumise qu'à une très faible charge verticale. Au-dessous des poids pendaient des ailettes en zinc, immergées dans l'eau, empêchant les oscillations pendulaires des poids et celles causées par la détorsion du fil tenseur (figure n° 1).

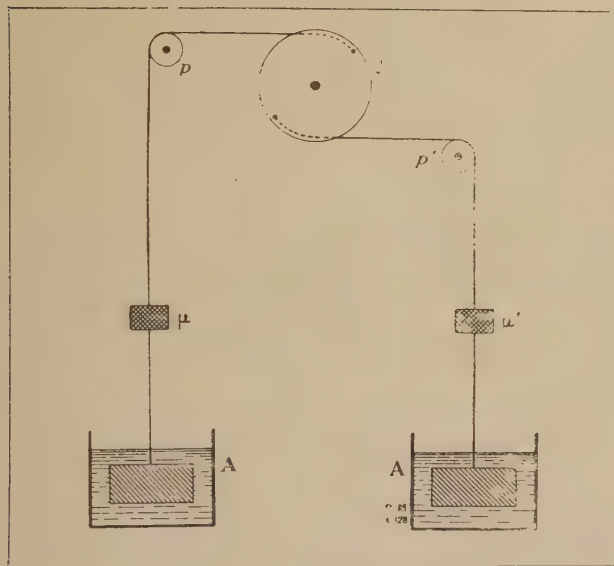


Fig. 1.

P : poulie amplificatrice du couple de torsion à l'axe de laquelle est rigidement lié le barreau à l'essai.
 p p' : poulies de renvoi supportant les forces verticales.
 μ μ' : poids sensiblement égaux, assurant la torsion.
 A : amortisseur empêchant les oscillations pendulaires et de détorsion du fil.

La barre passait dans un four électrique, à résistance en fil de nichrome, long d'environ 15 cm. dont le diamètre intérieur était inférieur à 2 cm. Deux écrans en carton d'amiante fermaient le four, ne laissant qu'un jeu de 1 mm. autour de la barre, et atténuaient l'échauffement du reste de l'appareil dû au rayonnement des extrémités du four.

Ce four était maintenu à une température constante au moyen de lampes-résistances à filament de fer dans l'hydrogène, dispositif déjà employé au cours d'expériences antérieures (1).

Le réglage de l'intensité passant dans le four se faisait d'une façon très sensible au moyen d'une bobine de self à fer variable, bien préférable à

une résistance à curseur. Une variation d'enfoncement du noyau de fer d'environ 1 cm. donnait une variation correspondante de l'intensité inférieure à 0,1 amp. Ces variations se produisant sans arcs ni interruption de courant.

Un faible courant de CO² desséché passant dans le four sans causer de perturbations, une fois l'équilibre atteint, prévenait une oxydation trop rapide des échantillons employés qui eût amené la formation d'une couche adhérente et continue d'oxyde susceptible de faire varier la vitesse de déformation et de diminuer le diamètre du métal de la barre.

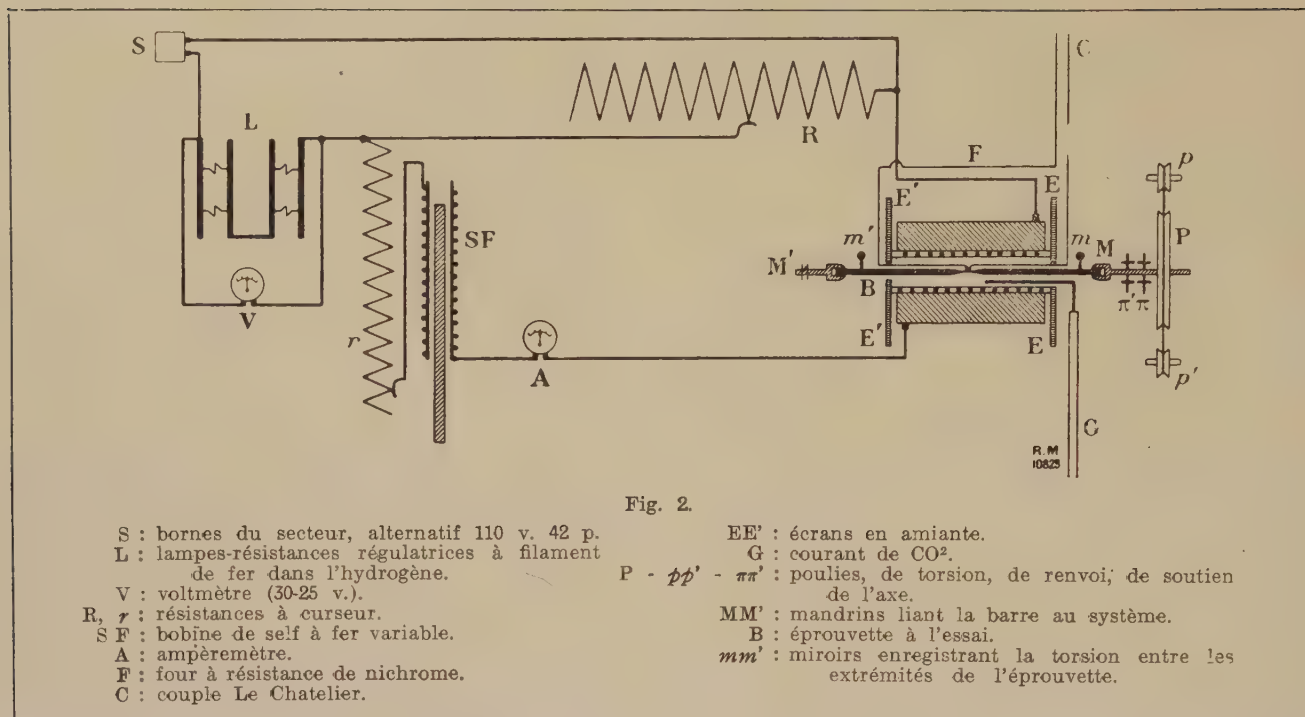
La température du four était sensiblement constante et uniforme sur 3 à 4 cm. au centre du four et mesurée en ce point par un couple Pt—Pt (Rh 10 0/0) dont la soudure était à quelques millimètres de la barre. Toutes les précautions d'usage étaient prises pour le couple, et la température était lue sur un millivoltmètre à aiguille très sensible. Durant une expérience la température lue était presque constante ($\pm 1^\circ$). Les diverses expériences n'étaient repérées dans l'échelle des températures qu'à 5-10° près.

Un miroir monté sur la barre elle-même, à l'extérieur du four fournissait à 80 cm un spot lumineux suivant tous les mouvements de la barre et les inscrivait sur un papier photographique enroulé sur un cylindre enregistreur vertical mû par un mouvement d'horlogerie. Le cylindre, placé dans une boîte étanche à lumière munie seulement d'une étroite fenêtre suivant une génératrice, et l'emploi de papiers lents au chloro-bromure permettait d'opérer en plein jour, à l'abri d'une trop grande lumière.

Tant pour assurer une température uniforme que pour faciliter la technique des opérations, les barreaux de 26 cm. de long et de 0 cm. 8 de diamètre, environ, étaient amincis en leurs milieux à un diamètre moitié sur une longueur de 3 à 4 cm. J'ai toujours admis que la torsion se localisait en cette fraction plus mince et plus chaude puisque placée au centre du four, comme me l'avait montré un second miroir porté par le barreau vers la partie fixe : le spot de ce miroir, enregistré sur le même papier m'a toujours prouvé l'immobilité de ce point et en aurait enregistré une torsion éventuelle ou un glissement du barreau dans la mâchoire du mandrin. Cette affirmation est encore renforcée par le mémoire de M. Seigle (1) : « Résistance des aciers à la torsion et à la flexion entre la température ordinaire et le rouge visible ».

(1) Bulletin Société Chimique, 1923, XXXIII, p. 422.

(1) Revue de Métallurgie, 19, 1922, p. 178.



Le montage est représenté schématiquement dans la figure n° 2.

Les essais ont porté sur divers barreaux indiqués dans le tableau I.

Tableau I

Eprouvette	Longueur totale	Diamètre	Partie amincie		
			Longueur	Diamètre	
JH ₄	26	0.8	2.6	0.45	Acier Jacob Holtzer très pur < 0,02 % C
JH ₄ ¹			2.6	0.40	
AC			3.3	0.43	Acier du commerce < 0,02 % C
AC ₁			3.3	0.37	
JH ₄			2.6	0.45	Acier Jacob Holtzer très pur 0,9 % C
JH ₄ ¹			2.6	0.41	
JH ₄ ²			2.6	0.38	
Cu _x		0.85	3.0	0.49	Cuivre électrolytique en barres
Cu _x ¹				0.46	

Description d'une expérience. — On amène tout d'abord le four à une température voisine de celle de l'expérience au moyen de la seule résistance r , le courant ne passant pas alors dans les lampes L, ce qui permet de faire monter très vite le four à sa température de marche sans craindre de fondre le filament de fer. Puis on ajuste le voltage aux bornes des lampes au moyen de la résistance R, corrigeant simultanément l'intensité dans le four avec r . On a pris soin de mettre le fer de la bobine à mi-course pour permettre l'ajustage final. Avec un peu de pratique ce réglage devient très simple et rapide. On dispose alors la barre à essayer et on règle le courant de gaz carbonique. Le couple thermoélectrique a été fixé une fois pour toutes, dans le four à une place bien repérée. On agit sur le noyau de fer de la bobine jusqu'à obtention de la température désirée que l'on maintient 10 à 15 minutes avant de faire agir le couple de torsion.

La même barre servait un grand nombre de fois, mais les charges appliquées ne paraissent jamais avoir provoqué un écrouissage tel que le recuit indiqué ne suffise à ramener la barre à un état assez voisin de l'état primitif. En effet deux expériences identiques, séparées par d'autres nettement différentes donnaient des résultats concordants, les différences n'excédant pas la moyenne des

erreurs expérimentales. Il faut toutefois excepter les expériences faites dans l'intervalle de température 600-630°, zone d'aberrance sur laquelle je reviendrai à la fin de ce mémoire. Quelques irrégularités se sont produites aux basses températures, soit que les charges employées aient amené un écrouissage notable, soit plutôt que la température de l'expérience fût trop basse pour recuire la barre.

Les miroirs étant fixés, on disposait les poids sur la poulie et on laissait le spot inscrire sur le papier sensible les déplacements du barreau.

Dès la mise en charge le spot décrit un segment sensiblement vertical correspondant à la déformation élastique instantanée. Ce segment n'est jamais

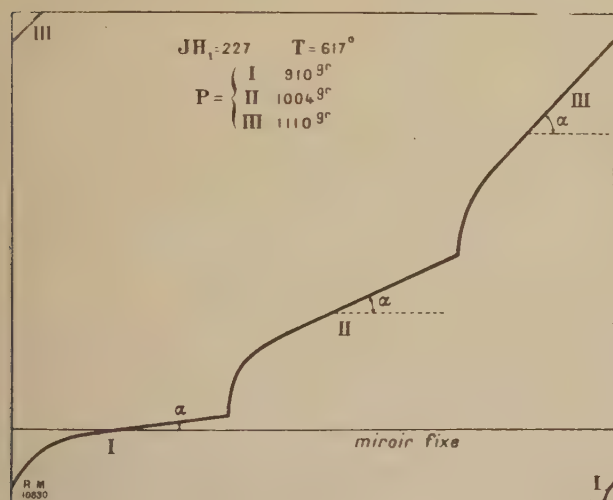


Fig. 3.

sur mes photographies, car cette déformation a une amplitude très grande et je réglais le spot bien au-dessous du cylindre, de façon à n'enregistrer que la zone des déformations permanentes ; d'ailleurs sa trace eût été le plus souvent invisible (comme je l'ai vérifié) à cause de la grande vitesse de torsion qui ne laissait pas au spot lumineux le temps d'impressionner ce papier très lent.

Puis la vitesse de torsion décroît et tend assez vite vers une valeur constante ; le segment s'incurve et le spot trace une droite inclinée (la torsion du barreau et la rotation du cylindre étant proportionnelles au temps). L'inclinaison de cette droite permet la mesure de la vitesse de torsion.

Le cylindre employé mesurait 30 cm. de circonférence et faisait un tour en 1 heure. La vitesse devenait constante au bout de 5 minutes environ. J'ai estimé qu'un segment rectiligne de 12 à 15 cm.

me suffisait pour calculer son inclinaison avec une précision de 0,01 à 0,02 pour les plus faibles pentes, précision supérieure à celle des résultats expérimentaux. Cette partie de l'expérience demandait donc de 30 à 35 minutes.

Au bout de ce temps j'ajoutais une surcharge aux poids (le plus souvent un poids déterminé de mercure que je faisais couler doucement) en évitant tout choc. Le même phénomène se reproduisait, la déformation élastique devenant à peine sensible pour une surcharge pas trop forte. Au bout d'un temps égal j'ajoutais encore une surcharge.

La hauteur du cylindre (24 cm.) ne m'a que rarement permis de faire 4 expériences.

Durant l'expérience je lisais le millivoltmètre toutes les 5 minutes. J'ajoutais à ces lectures les corrections dues aux variations de température de la soudure froide, d'après la table publiée par MM. Burgess et Le Chatelier (1). Pour le couple et les températures employées ; 2° de variation à la soudure froide amenaient une correction de 1° à la soudure chaude — la correction fut presque toujours insignifiante.

L'opération totale, y compris le réglage du four demandait environ 3 heures. L'angle total de torsion était au maximum de 60°.

Dans des expériences préalables je m'étais assuré que le segment rectiligne, base de mes mesures, gardait une pente sensiblement constante, pour une charge et une température fixées, pendant plus de deux heures, ce qui justifie le temps relativement court de mes expériences. Mais étant donné la difficulté assez grande de garder plus d'une heure et demie une température constante à $\pm 1^\circ$, entre 500 et 800°, j'ai préféré ne pas prolonger mes expériences trop longtemps, d'autant plus que le secteur parisien est sujet à une série de pointes très brusques et considérables (variations de voltage observées de 105 à 120 volts).

Le graphique enregistré a l'aspect suivant : (fig. n° 3) qui est le dessin approximatif du photogramme indiqué.

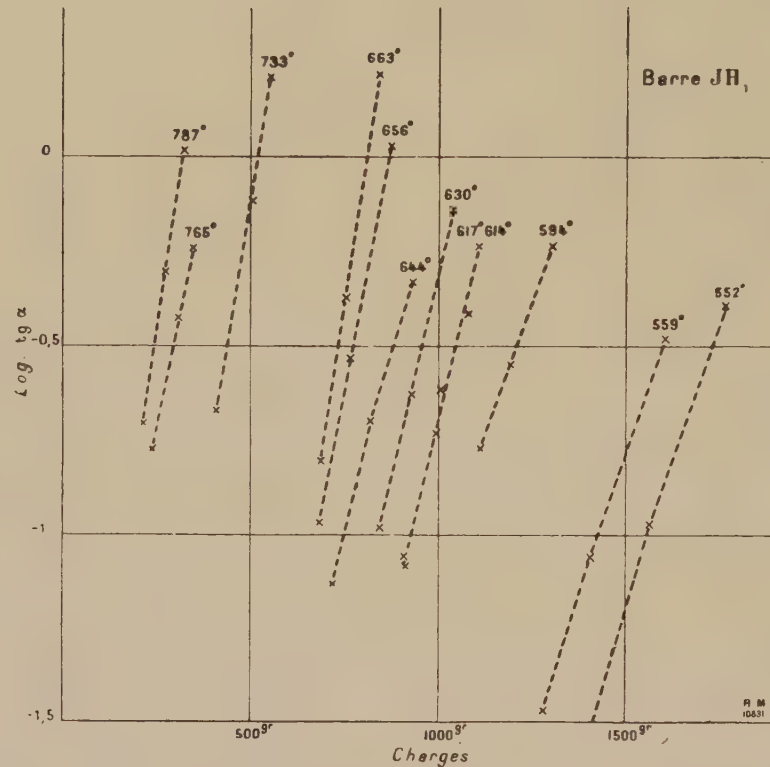
NOTATIONS. — ERREURS.

Quand le miroir, solidaire de la barre, tourne d'un angle β , le rayon lumineux tourne de l'angle 2β . Soient l la distance du miroir au cylindre et k la vitesse de rotation de ce cylindre.

Si l'on appelle tga la pente de la droite tracée sur le papier enregistreur, pour une charge et une

(1) Burgess et Le Chatelier : High temperature measurement, p. 156.

Fig. 4.



RELATION ENTRE
LA VITESSE
DE TORSION
ET LA CHARGE

température connues, et ω la vitesse de torsion de la barre on a :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{accroissement vertical}}{\text{accroissement horizontal}} = \frac{l \cdot d(2\beta)}{k \cdot dt}$$

or :

$$\frac{d\beta}{dt} = \omega$$

d'où :

$$\operatorname{tg} \alpha = 2\omega \cdot \frac{l}{k}$$

pour un angle ω suffisamment petit.

Avec les unités C. G. S. et l'appareil utilisé j'avais très sensiblement :

$$\frac{l}{k} = 1 \cdot 10^{-4}$$

La plus grande pente employée ayant été $\operatorname{tg} \alpha = 3$ on a :

$$2\omega = 3 \cdot 10^{-4}$$

et le fait de confondre l'arc et sa tangente n'amène pas une erreur de 0,002 dans les conditions les plus défavorables.

On peut donc dire que $\operatorname{tg} \alpha$ est proportionnelle à la vitesse de torsion.

Dans le reste du mémoire je garderai la valeur $\operatorname{tg} \alpha$ pour raisonner sur la vitesse de torsion. La charge P représentera toujours en grammes-poids, les poids employés sans l'amplification de la poulie et sans retrancher la force absorbée en frottement, mais en défalquant naturellement la poussée de l'eau sur les ailettes.

La température T sera toujours exprimée en degrés centigrades. Les erreurs provenant de T et P sur $\operatorname{tg} \alpha$, furent toujours très inférieures à 0,01, pour une expérience.

Comme on le verra la somme de ces différentes erreurs restera négligeable devant les erreurs expérimentales.

RELATION ENTRE LA VITESSE DE TORSION
ET LA CHARGE.

Dans l'interprétation des résultats je me suis systématiquement astreint à n'introduire aucune hypothèse *a priori*, me contentant de constater après coup que les résultats trouvés avaient bien un sens physique acceptable.

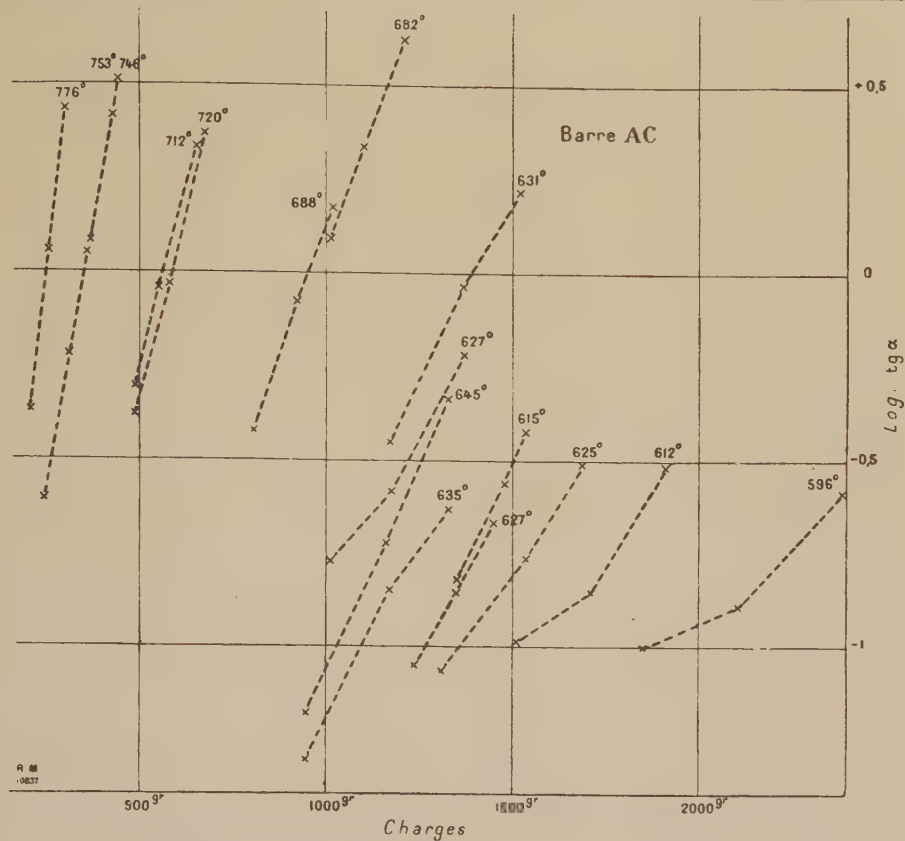


Fig. 5.

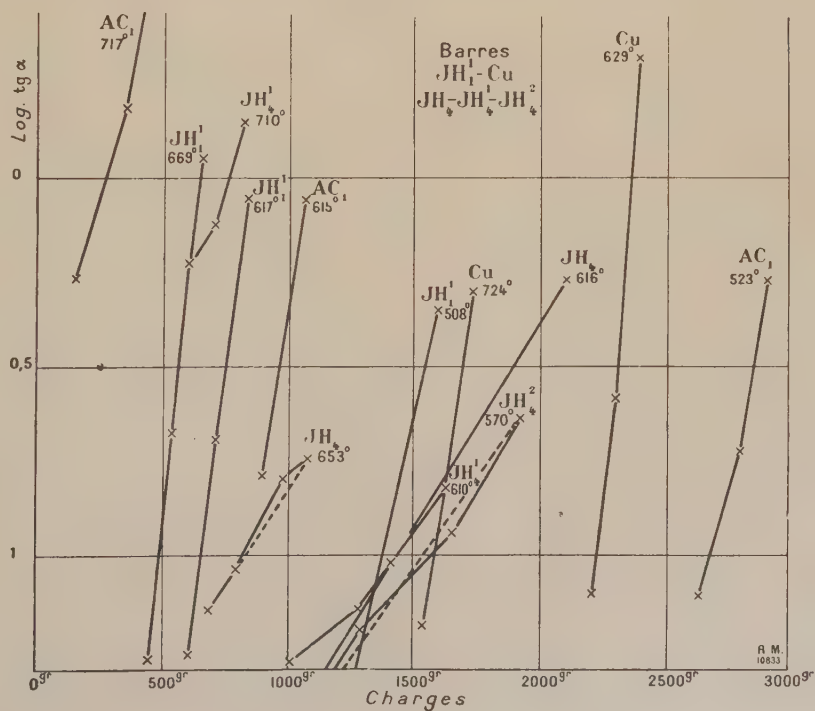


Fig. 6.

Tableau II

N°	T	P	tg α		Erreurs	N°	T	P	tg α		Erreurs
			obs.	calc					obs.	calc	
JH ₁ 231	787	215 274 323	0.20 0.51 1.05	0.50	0.02	AC 156	615	1350 1484 1534	0.15 0.26 0.38	0.29	0.09
JH ₁ 212	733	410 504 551	0.21 0.77 1.63	0.82	0.06	AC ₁ 196	717	310 366 418	0.54 1.53 3.87	1.50	0.02
JH ₁ 215	663	685 753 843	0.15 0.42 1.66	0.42	0.00	AC ₁ 199	615	896 1008 1122	0.16 0.37 0.87	0.37	0.00
JH ₁ 226	630	845 930 1040	0.10 0.23 0.73	0.25	0.08	AC ₁ 200	523	2640 2799 2916	0.08 0.19 0.53	0.23	0.20
JH ₁ 216	619	945 1020 1102	0.19 0.43 0.94	0.44	0.02	JH ₄ 236	653	795 981 1081	0.09 0.16 0.18	0.15	0.06
JH ₁ 224	543	1610 1813 2003	0.13 0.29 0.56	0.28	< 0.04 > 0.03	JH ₁ 238	616	910 1410 2112	0.03 0.09 0.53	0.08	0.10
JH ₁ 242	669	445 540 651	0.05 0.21 1.11	0.22	0.05	JH ₁ 240	712	610 704 822	0.48 0.75 1.41	0.78	0.04
JH ₁ 239	617	610 723 844	0.06 0.20 0.88	0.21	0.05	JH ₄ 245	610	1010 1280 1685	0.04 0.07 0.15	0.07	0.00
AC 186	774	201 282 335	0.32 1.18 2.73	1.17	< 0.01	JH ₁ 254	570	1010 1280 1655 1925	0.03 < 0.06 0.11 0.23	> 0.06 0.13	+ 0.12 - 0.14
AC 183	720	485 571 662	0.4 0.93 2.35	0.96	0.03	Cu 261	724	1540 1740 1875	0.06 0.50 2.43	0.56	0.12
AC 181	689	801 918 1008	0.38 0.84 1.50	0.83	0.01	Cu 253	629	2210 2310 2410	0.08 0.26 2.10	0.34	0.30
AC 165	646	945 1170 1286	0.1 0.26 0.44	0.25	0.04	Cu 258	614	2221 2287 2352	0.06 0.10 0.31	0.12	0.20

Aussi pour grouper les chiffres expérimentaux me suis-je surtout adressé au mode graphique, ne faisant intervenir le calcul qu'une fois l'allure des courbes et les nombres probables déterminés graphiquement.

Ayant tracé les courbes : $\text{tg} \alpha = f(P)$ pour une même température et ayant remarqué leur allure nettement exponentielle j'ai vérifié que :

$$\log \text{tg} \alpha = f(P)$$

était une relation linéaire dans la presque totalité

de mes expériences. Les tableaux et graphiques suivants montrent que :

$$(I) \quad \log \text{tg} \alpha = aP + b$$

(a et b, constantes).

Les graphiques ont été construits en portant les charges en abscisses et les logarithmes des $\text{tg} \alpha$ en ordonnées.

J'ai effectué au total près de 300 torsions sur des barres diverses mais je n'ai pu retenir qu'une centaine d'enregistrements, relatifs aux aciers, à température constante et charges variables, soit que

Tableau III. — Barre AC

Numéros.....	195	186	185	194	192	183	188	179							$\log \operatorname{tg} \alpha = +0,5$ $\operatorname{tg} \alpha = 3,16$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 500 \\ B = 866 \\ K = 1040 \end{array} \right.$
Températures..	776	774	753	747	746	720	712	682							
Poids observé..	300	343	434	420	434	695	670	1157							
Poids calculés..	337	351	465	502	508	690	755	1045							

Numéros... ..	195	186	185	194	192	183	188	181	179	167	189	191	190	161	$\log \operatorname{tg} \alpha = 0$ $\operatorname{tg} \alpha = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 500 \\ B = 841 \\ K = 1040 \end{array} \right.$
Températures..	776	774	753	747	746	720	712	688	682	645	631	628	627	627	
Poids observés..	240	270	347	333	347	575	556	940	975	1462	1382	1480	1495	1630	
Poids calculés..	245	255	362	395	400	572	635	850	910	1410	1640	1730	1760	1760	

Numéros.....	195	186	185	194	192	183	188	181	165	167	189	191				$\log \operatorname{tg} \alpha = -0,5$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,32$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 500 \\ B = 816 \\ K = 1040 \end{array} \right.$	
Températures..	776	774	753	747	746	720	712	688	646	645	631	628					
Poids observés..	180	197	262	250	262	460	440	772	1212	1253	1143	1222					
Poids calculés..	150	160	260	290	295	455	510	710	1210	1230	1470	1530					

Numéros....	163	171	190	161	170	169	168	156	160	176	174					$\log \operatorname{tg} \alpha = -1$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 500 \\ B = 791 \\ K = 1040 \end{array} \right.$
Températures..	628	628	627	627	625	625	623	615	615	612	596					
Poids observés..	1442	1552	1222	1432	1565	1752	1623	1513	1645	1920	2475					
Poids calculés..	1530	1530	1550	1550	1590	1590	1640	1820	1820	1900	2400					

Numéros... ..	165	167	191	163	171	190	161	170	169	160	176	174				$\log \operatorname{tg} \alpha = -1$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 500 \\ B = 791 \\ K = 1040 \end{array} \right.$	
Températures..	646	645	628	628	628	627	627	625	625	615	612	596					
Poids observés..	960	1030	910	1257	1260	930	1247	1325	1352	1366	1490	1870					
Poids calculés..	1037	1045	1320	1320	1320	1350	1350	1380	1380	1600	1660	2090					

l'appareil n'ait pas été au point au début, soit dans la suite que la température ait varié au cours de l'expérience, soit que des chocs aient rendu le tracé inutilisable.

Le tableau II ne présente qu'une faible partie de ces expériences, mais comme la publication *in extenso* eût occupé trop de place, j'ai choisi quelques-unes d'entre elles pour mettre en relief les valeurs de $\operatorname{tg} \alpha$ sous différentes températures et charges et aussi les limites entre lesquelles varient les erreurs affectant sa mesure.

Les 3 premières colonnes représentent la désignation de l'expérience, la température et la charge (poids en grammes sans amplification de la poulie), la quatrième = les valeurs de $\operatorname{tg} \alpha$ observées et celles calculées en utilisant une relation linéaire entre $\log \operatorname{tg} \alpha$ et P (valeurs que j'appelle $\operatorname{tg} \alpha$ calculées); la dernière colonne indique les écarts entre ces deux valeurs. Les valeurs de $\operatorname{tg} \alpha$ coïncident pour les points extrêmes, la droite passant par ces deux points; de fait l'erreur indiquée est plus grande pour la valeur du milieu que celle qui aurait été obtenue en faisant passer une droite au voisinage des 3 points expérimentaux. Mais j'ai préféré ne pas « rectifier » ainsi ces courbes et serrer au

plus près l'expérience, quitte ensuite à prendre des moyennes.

RELATION ENTRE LA CHARGE ET LA TEMPÉRATURE.

Sur les graphiques précédents : $\log \operatorname{tg} \alpha - P$ j'ai pris pour des valeurs fixes de $\operatorname{tg} \alpha$, les valeurs de P correspondantes, opérant sur les segments de droites joignant les points expérimentaux et non sur la droite moyenne. J'ai ainsi groupé des séries de valeurs de P et T se traduisant en courbes régulières (voir figures 7 à 10).

J'ai choisi pour valeurs fixes de $\operatorname{tg} \alpha$:

$\log \operatorname{tg} \alpha =$	+ 0,5	0	- 0,5	- 1
$\operatorname{tg} \alpha =$	3,16	1	0,32	0,1
Torsion				
rad / sec. :	158.10 ⁻⁶	50.10 ⁻⁶	15,8.10 ⁻⁶	5.10 ⁻⁶

Sauf la zone 610°-630° (point sur lequel je reviendrai ultérieurement) ces courbes continues sont susceptibles d'être exprimées par une formule. J'ai vérifié qu'individuellement elles étaient très fidèlement traduites par une relation telle que :

$$(II) \quad P = K \frac{B - T}{T - A}$$

(K.B.A. constantes)

Tableau IV. — Barre AC₁.

Numéros.....	196	204	200	}	log tg α = + 0,5 tg α = 3,16 A = 435 B = 850 K = 950
Températures.....	717	662	635		
Poids observés.....	405	795	1060		
Poids calculés.....	447	785	1020		

Numéros.....	196	204	200	203	202	199	207	209	}	log tg α = 0 tg α = 1 A = 435 B = 825 K = 950
Températures.....	717	662	635	631	628	615	552	523		
Poids observés.....	345	693	948	962	1025	1140	2375	3070		
Poids calculés.....	364	685	905	940	970	1110	2220	3270		

Numéros.....	196	204	198	200	203	202	199	207	209	}	log tg α = - 0,5 tg α = 0,32 A = 435 B = 800 K = 950
Températures.....	717	662	640	635	631	628	615	552	523		
Poids observés.....	280	592	750	825	845	903	985	2155	2862		
Poids calculés.....	280	580	740	785	825	950	980	2020	2990		

Numéros.....	204	198	203	202	199	207	209	}	log tg α = - 1 tg α = 0,1 A = 435 B = 775 K = 950
Températures.....	662	640	631	628	615	552	523		
Poids observés.....	490	660	725	752	828	1970	2690		
Poids calculés.....	472	628	700	725	842	1810	2720		

J'ai tenu à laisser cette formule sous cette forme pour expliciter les coefficients K B A, dont les valeurs numériques donnent lieu à des remarques qui seront développées plus loin.

Quand, pour une même barre, on passe d'une valeur de tg α à une autre, on remarque que les valeurs des coefficients K et A ne varient que très peu, et sans ordre apparent, tandis que les valeurs de B augmentent régulièrement avec celles de tg α.

log tg α =		- 1	- 0,5	0	+ 0,5
Barre AC	{ B K	791	816	841	866
Barre AC ₁	{ A K		1040 500		
Barre JH ₁	{ B K	775	800	825	850
Barre JH ₁	{ A K		950 435		
Barre JH ₁	{ B K	862	894	926	
Barre JH ₁	{ A K		995 355		
Barre JH ₁	{ B K	962	1016	1070	
Barre JH ₁	{ A K		570 320		

Tableau V. — Barre JH₁.

Numéros.....	231	230	228	212	211	219	215	218	226	216	227	225	221	}	log tg α = 0 tg α = 1 A = 355 B = 926 K = 995
Températures	787	771	756	733	730	668	663	656	630	619	617	614	594		
Poids observés	325	382	390	527	540	830	810	890	1080	1120	1160	1182	1388		
Poids calculés	320	375	423	508	520	820	850	910	1077	1157	1170	1200	1380		

Numéros.....	231	230	229	212	219	215	218	220	226	216	227	225	221	222	223	224	}	log tg α = - 0,5 tg α = 0,32 A = 355 B = 894 K = 995
Températures	787	771	765	733	668	663	656	644	630	619	617	614	594	559	552	543		
Poids observés	245	290	300	440	735	735	790	880	960	990	1055	1055	1212	1600	1727	1850		
Poids calculés	246	293	312	425	720	745	787	865	945	1000	1057	1080	1250	1630	1730	1850		

Numéros.....	230	219	218	220	226	227	225	222	223	Extra- polé 212	Extra- polé 211	}	log tg α = - 1 tg α = 0,1 A = 355 B = 862 K = 995
Températures	771	668	656	644	630	617	614	559	552				
Poids observés	220	635	675	750	840	935	935	1420	1560				
Poids calculés	217	618	680	750	840	930	945	1480	1570				

RELATION ENTRE
LA CHARGE
ET LA
TEMPERATURE

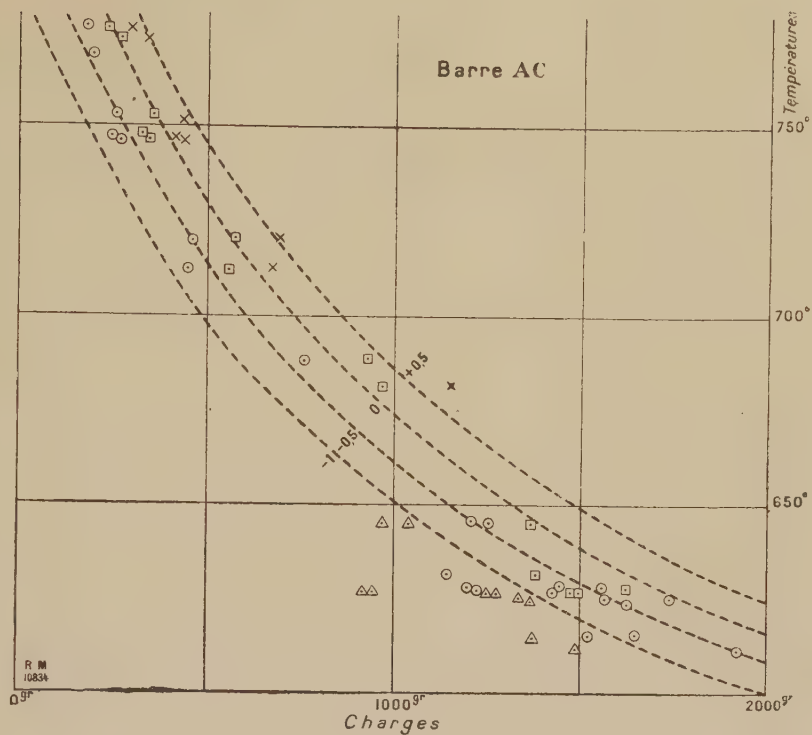


Fig. 7.

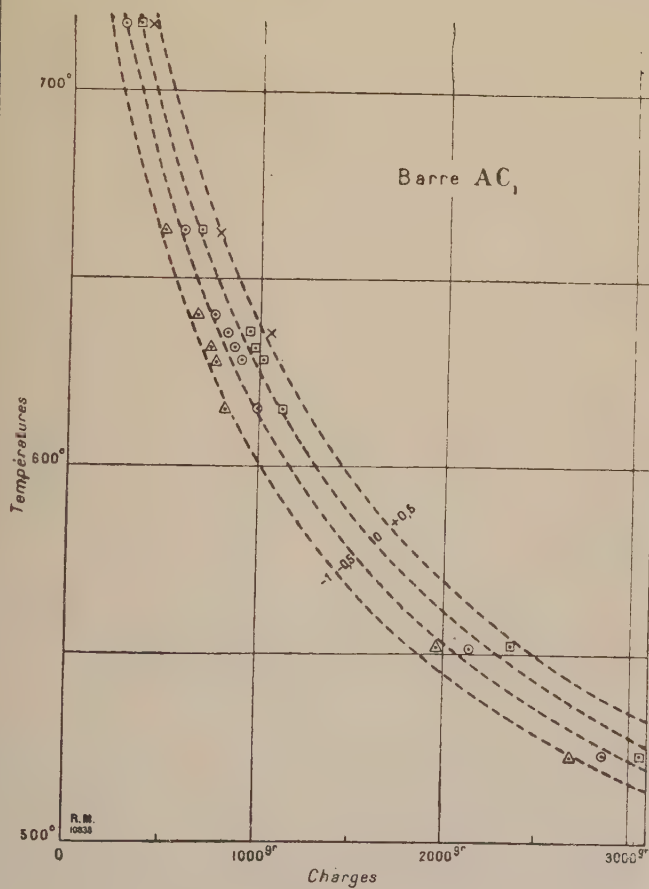


Fig. 8.

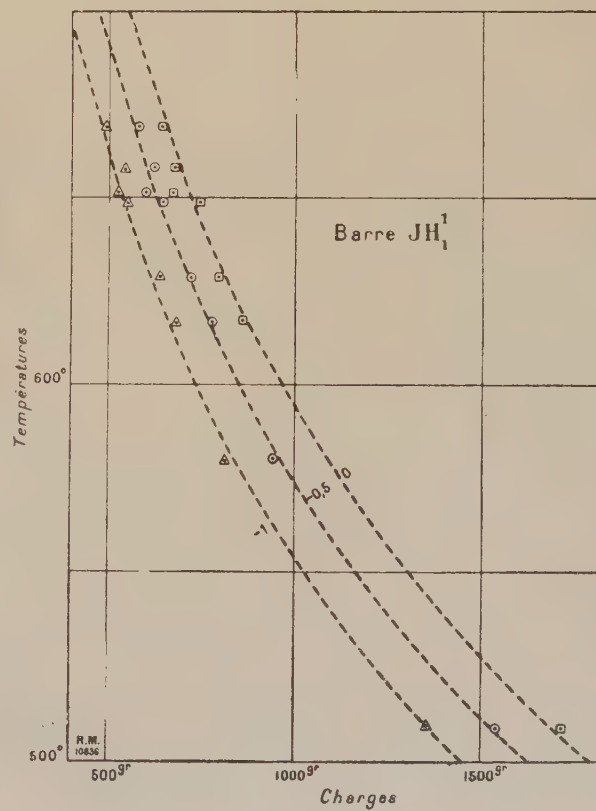


Fig. 9.

Tableau VI. — Barre JH¹

Numéros	242	243	241	265	240	239	263	264	$\log \operatorname{tg} \alpha = -1$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,10$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 320 \\ B = 962 \\ K = 570 \end{array} \right.$
Températures	669	658	652	649	629	617	580	508	
Poids observés	488	545	525	545	642	666	815	1350	
Poids calculés	480	512	535	542	615	660	835	1365	

Numéros	242	243	241	265	240	239	Extrapolé 263	264	$\log \operatorname{tg} \alpha = -0,5$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,32$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 320 \\ B = 1016 \\ K = 570 \end{array} \right.$
Températures	669	658	652	649	629	617	580	508	
Poids observés	568	615	598	640	718	762	940	1538	
Poids calculés	572	605	625	640	715	768	960	1530	

Numéros	242	243	241	265	240	239	264	$\log \operatorname{tg} \alpha = 0$ $\operatorname{tg} \alpha = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} A = 320 \\ B = 1070 \\ K = 570 \end{array} \right.$
Températures	669	658	652	649	629	617	508	
Poids observés	642	675	668	744	785	858	1722	
Poids calculés	657	697	720	730	815	870	1700	

Les variations de K et A autour de leur valeur moyenne ne dépassant pas les erreurs d'expérience, j'ai admis leur constance, et ai déduit de leurs valeurs numériques adoptées celles de B.

La concordance est satisfaisante, l'erreur moyenne étant inférieure à 0,1. Les tableaux III à VI et les graphiques 7 à 10 illustrent cet accord.

Dans les figures suivantes (7 à 11) :

Les triangles centrés représentent les points pour $\log \operatorname{tg} \alpha = -1$.

Les cercles centrés représentent les points pour $\log \operatorname{tg} \alpha = -0,5$.

Les carrés centrés représentent les points pour $\log \operatorname{tg} \alpha = 0$.

Les croix centrées représentent les points pour $\log \operatorname{tg} \alpha = +0,5$.

Pour les aciers à 0,9 % (barres JH₁, JH₂, JH₃) le petit nombre d'expériences permet seulement de mettre clairement en évidence la relation

$$(I) \quad \log \operatorname{tg} \alpha = aP + b$$

sans pouvoir conclure quant aux relations possibles entre P et T, $\operatorname{tg} \alpha$ et T.

Quelques expériences effectuées sur deux barres de cuivre électrolytique établissent pour les enregistrements faits à température constante la relation générale entre $\operatorname{tg} \alpha$ et P; et les relations entre T et P se traduisent par un graphique très régulier pour

la barre Cux. Cependant l'autre barre ne fournit que des résultats hétérogènes. (Voir tableau VII.)

Tableau VII. — Barre Cu_x

Numéros	251	258	253	261	$\log \operatorname{tg} \alpha = -1$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$ $\left\{ \begin{array}{l} A = +1700 \\ B = +928 \\ K = -7725 \end{array} \right.$
Températures	602	614	629	724	
Poids observés	2260	2290	2230	1585	
Poids calculés	2300	2225	2150	1620	

Numéros	251	258	253	259	261	$\log \operatorname{tg} \alpha = -0,5$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,32$ $\left\{ \begin{array}{l} A = +1700 \\ B = +938 \\ K = -7725 \end{array} \right.$
Températures	602	614	629	662	724	
Poids observés	2357	2357	2320	2095	1697	
Poids calculés	2360	2300	2230	2060	1690	

Numéros	251	257	253	259	261	$\log \operatorname{tg} \alpha = 0$ $\operatorname{tg} \alpha = 1$ $\left\{ \begin{array}{l} A = +1700 \\ B = +948 \\ K = -7725 \end{array} \right.$
Températures	602	610	629	662	724	
Poids observés	2450	2400	2375	2180	1760	
Poids calculés	2450	2400	2310	2145	1770	

Numéros	257	$\log \operatorname{tg} \alpha = +0,5$ $\operatorname{tg} \alpha = 3,16$ $\left\{ \begin{array}{l} A = +1700 \\ B = +958 \\ K = -7725 \end{array} \right.$
Températures	610	
Poids observés	2453	
Poids calculés	2460	

RELATION ENTRE LA CHARGE
ET LA TEMPERATURE

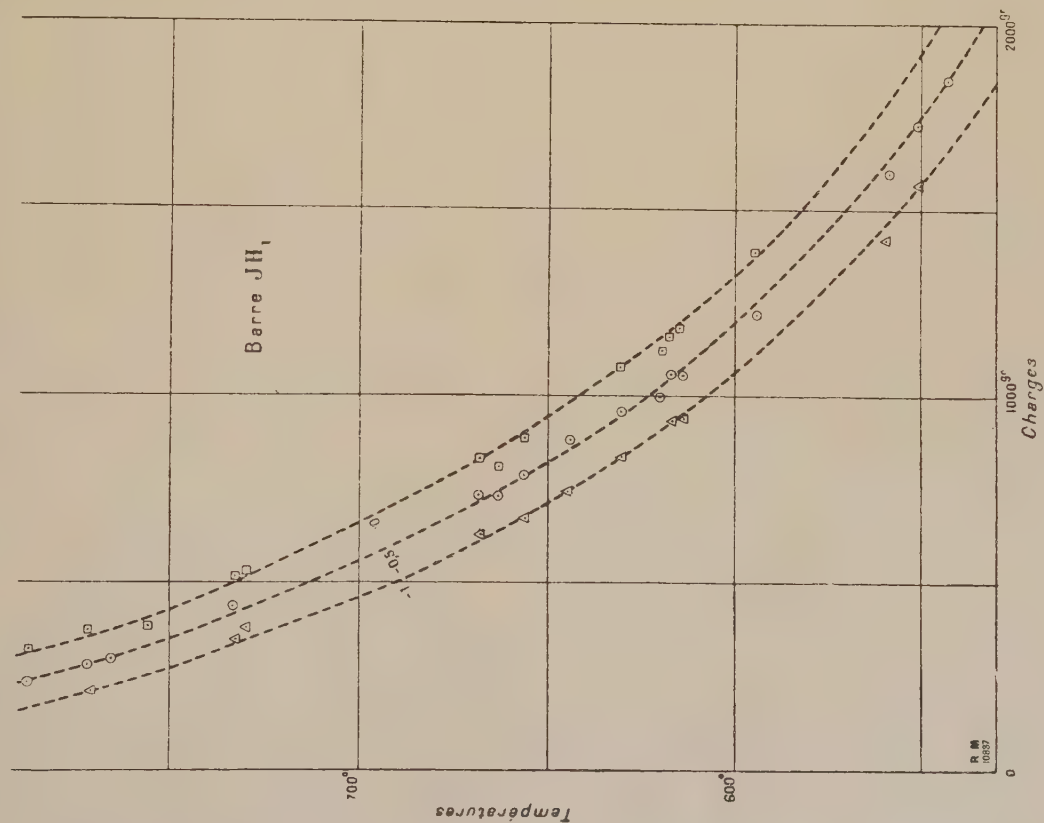


Fig. 10.

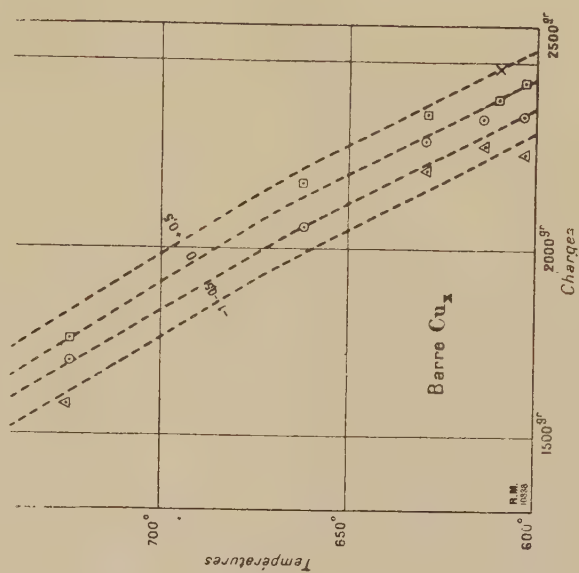


Fig. 11.

La formule déjà usitée :

$$(II) \quad P = K \frac{B - T}{1 - A}$$

traduit les résultats ; toutefois les coefficients diffèrent assez de ceux des aciers :

	log tg α	-1	-0,5	-0,5	+0,5
Barre	B	+928	+938	+948	+958
	A		+1700		
Cu _x	K		-7725		

Relations générale entre les 3 variables : Vitesse de torsion, charge, température. — On remarque que dans la relation II, pour une barre déterminée deux coefficients sur trois sont indépendants de la vitesse de déformation, le troisième variant régulièrement avec celle-ci ; on voit immédiatement que :

$$(III) \quad B = K_1 + K_2 \log \lg \alpha$$

(K et K₂ = constantes)

avec les valeurs suivantes pour K₁ et K₂ :

Barre AC	B = 841 + 50 log tg α
AC ₁	B = 825 + 50 —
JH ₁	B = 926 + 64 —
JH ₁	B = 1070 + 108 —
CU _x	B = 948 + 20 —

Le coefficient K est évidemment fonction du diamètre puisque j'emploie les charges au lieu des couples, et varie dans le sens voulu (en fonction de l'inverse du diamètre) ; A semble varier dans le même sens que K, mais aucune relation simple n'a pu être mise en évidence pour ces deux variations.

Au point de vue de l'allure géométrique des courbes, remarquons que ce sont des hyperboles dont les asymptotes sont A et — K, B étant le point de rencontre de la courbe et de l'axe des T. Pour une barre donnée les courbes P-T ne sont pas parallèles entre elles du fait de la forme hyperbolique de la formule, comme l'examen des figures, dans une région restreinte pourrait le faire croire. Une même variation de charge correspond à une moins grande variation de la vitesse de déformation aux températures extrêmes qu'aux températures intermédiaires. En réalité aux hautes températures le fait sera peu sensible dans ces expériences, le resserrement des courbes du réseau se produisant dans une région qui n'a plus de sens physique (charges négatives) ; quant aux basses températures ceci s'expliquerait par le fait que le métal quitterait peu à peu le type « visqueux », tout au moins dans les limites de charges employées.

On aboutit à la relation générale :

$$(IV) \quad P = K \frac{K_1 + K_2 \log \lg \alpha - T}{T - A}$$

où K, K₁, K₂, A sont des constantes dépendant des unités, de la nature du métal et des dimensions géométriques de l'éprouvette.

Pour tga = constante, on en déduit :

$$(II) \quad P = K \frac{B - T}{T - A}$$

Pour T = Cte, en groupant les constantes on a :

$$I) \quad \log \lg \alpha = aP + b$$

Pour P = Cte on obtient de même :

$$V) \quad T = C + D \log \lg \alpha$$

de ces trois équations les deux premières ont déjà été obtenues expérimentalement et je vais montrer que la troisième formule se déduit de l'expérience d'une façon très nette.

Il faut remarquer que ces 3 équations, reliant les variables deux à deux ne contiennent de coefficients numériques que pour une valeur fixe bien déterminée de la 3^e variable. Autrement dit ces coefficients peuvent être fonction de la variable qui n'entre pas dans l'équation et ne sont pas forcément de véritables constantes.

$$\begin{array}{lll} K \text{ et } A \text{ sont des constantes} & a = \psi_1(T) & C = \xi_1(P) \\ B = \varphi(\lg \alpha) & b = \psi_2(T) & D = \xi_2(P) \end{array}$$

Relation entre la vitesse de torsion et la température. — Pour chercher la relation existant entre la vitesse de torsion et la température je puiserai à deux sources :

1° Aux expériences directes faites sur les barres AC et Cu_x en opérant à températures variables et sous charges constantes.

2° Aux tableaux de chiffres déduits des graphiques P—tga, en y observant les variations de tga et de T pour un certain nombre de valeurs de P.

1) Pour les expériences directes j'utilisais le même appareil et la même disposition que pour les expériences antérieures, mais je plaçais au début une charge (déterminée par tâtonnements pour garder à tga une valeur raisonnable à chacune des températures utilisées), le four étant réglé à la plus haute température ; au bout de 20 à 30 minutes j'ouvrais le circuit et envoyais un rapide courant de CO₂ dans le four, puis je réglais le courant du circuit au moyen des lampes, des résistances et de la bobine de self à une valeur repérée à l'avance, je fermais le circuit et diminuais le courant de CO₂. La température du four descendait de 10-20° et se fixait à une valeur constante en 5-7 minutes. Je laissais alors inscrire une trentaine de minutes puis recommençais une fois. Pour le reste je procédais comme pour les expériences à température constante et charges varia-

Tableau VIII. — Barre AC.

N° de l'expérience	Poids	Température	Tg α	
			observée	calculée
133	1535	622	0.34	0.56
		617		0.32
		605		0.076
137	870	660	0.12	0.21
		654		0.13
		645		0.07
138	465	654	0.22	0.22
		636		0.06
142	1260	631	0.17	0.21
		629		0.18
		613		0.037
153	237	790	0.184	0.34
		775		0.180
		763		0.11
154	380	752	1.19	0.10
		692		0.10

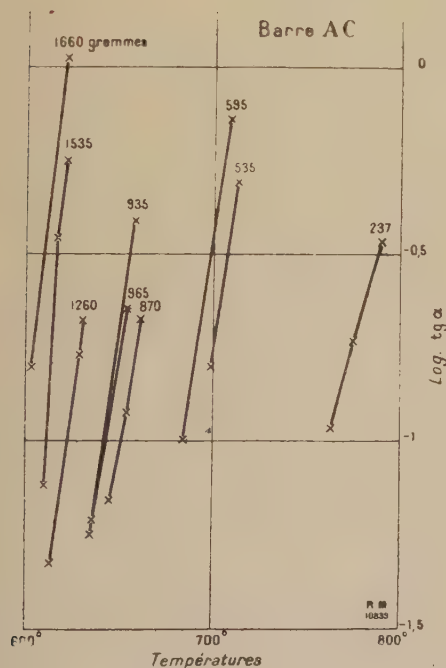


Fig. 12.

bles. Les résultats ont été les mêmes en opérant par températures croissantes, mais les réglages étaient plus longs à obtenir (tableaux VIII et IX).

Les graphiques $\text{tg} \alpha - T$ montrant une allure exponentielle j'ai construit les courbes $\log \text{tg} \alpha = f(T)$ qui se révélèrent à peu près linéaires.

2) Au moyen des tableaux de chiffres relatifs aux barres JH₁, JH₁, AC₁, AC j'ai essayé de vérifier la relation

$$(V) \quad T = C \log \text{tg} \alpha + D$$

pour JH₁, l'accord est satisfaisant (figure 14, Tableaux X, XI), pour JH₁ les résultats concordent

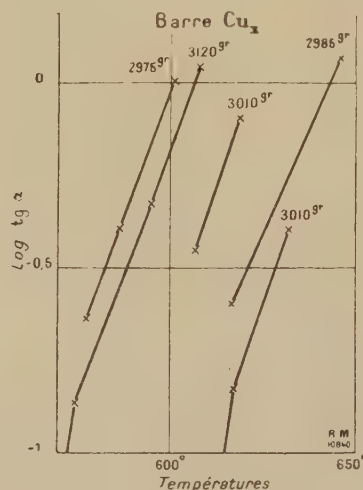


Fig. 13.

Tableau IX. — Barre de cuivre Cu_x

N° de l'expérience	Poids	Température	Tg α	
			observée	calculée
157	2975	601	0.40	1.01
		587		0.407
		578		0.23
159	3120	609	0.47	1.1
		595		0.457
		575		0.125
		572		0.09
178	2985	617	0.25	1.17
		646		0.25
180	3010	619	0.80	0.34
		607		0.34
182	3010	609	0.15	0.035
		618		0.10
		632		0.40

moins bien, mais vérifient à peu près la relation ; quant à AC et AC₁ ils ne permettent aucune interprétation.

Ces résultats ont une faible précision tenant à ce que $\text{tg} \alpha$ croissant très vite avec T , pour une charge déterminée il n'y a que peu de points restant dans les limites mesurables, les inexactitudes

Tableau X. — Barre JH₁.

Poids (grammes)...	500			840					1100					1700		
Températures	756	733	730	668	663	656	644	630	630	619	617	614	594	559	552	543
tg α observées	2.38	0.70	0.55	1.16	1.49	0.53	0.23	0.01	1.24	0.89	0.52	0.49	0.16	0.60	0.26	0.19
tg α calculées.	2.60	0.70	0.55	1.15	0.83	0.54	0.24	0.01	1.25	0.79	0.56	0.49	0.14	0.53	0.29	0.18
N ^{os} de l'expérience.	228 Extra- polé	212	211	219	215	218	220	226	226 Extra- polé	216	227	225	221	222 Extra- polé	223	224

Tableau XI. — Barre JH₁⁴.

Poids (grammes)	600						800				1600
Températures	669	658	652	649	629	617	649	629	617	580	508
tg α observées	0.51	0.26	0.31	0.20	0.054	0.05	2.26	1.26	0.50	0.09	0.45
tg α calculées	0.46	0.30	0.23	0.20	0.07	0.04	2.26	1.00	0.56	0.09	0.48
Numéros	242	243	241	265	240	239	265	240	239	263	264

Tableau XII. — Barre AC (expériences à charge constante).

Numéros.....	132	133	149	150	154	} $\log \operatorname{tg} \alpha = 0$ $\operatorname{tg} \alpha = 1$
Poids	1660	1535	595	535	380	
Températures observées	622	627	715	724	748	
Températures calculées à l'aide de la formule	633	629	715	720	748	

Numéros.....	132	134	133	140	138	137	143	149	150	154	153	} $\log \operatorname{tg} \alpha = -0,5$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,32$
Poids	1660	1495	1535	935	965	870	900	595	535	380	237	
Températures observées	611	615	616	656	659	665	668	700	708	720	788	
Températures calculées à l'aide de la formule	625	631	628	665	662	671	670	704	711	735	760	

Numéros.....	133	135	142	140	138	137	143	149	154	150	153	} $\log \operatorname{tg} \alpha = -1$ $\operatorname{tg} \alpha = 0,1$
Poids	1535	1260	1260	935	965	870	900	595	380	535	237	
Températures observées	608	613	630	642	643	651	654	684	691	692	762	
Températures calculées à l'aide de la formule	610	635	635	652	650	660	656	688	720	700	745	

ne se compensent plus entre elles et chaque expérience acquiert de ce chef une importance beaucoup plus grande.

Le cas est très net pour la barre AC qui ne donne aucun résultat de cette façon et qui cependant vérifie bien la relation par les mesures effectuées directement en maintenant P constant

D'ailleurs on peut encore justifier cette relation en se servant de ces conséquences : si du graphique de la figure 12 on prend les valeurs de T et de P correspondant à des valeurs fixes de $\operatorname{tg} \alpha$ on constate que ces valeurs vérifient bien la relation déjà trouvée entre P et T, avec les valeurs indiquées pour la barre AC ; soit :

$$(II) \quad P = K \frac{B - T}{T - A} \text{ avec } \begin{matrix} K = 1040 \\ B = 841 \\ A = 500 \end{matrix} + 50 \log \operatorname{tg} \alpha$$

Cette comparaison, entre les résultats observés et calculés est consignée dans le tableau suivant :
Tableau XII.

VALEURS NUMÉRIQUES DES COEFFICIENTS.

VÉRIFICATIONS. — LIMITES D'EMPLOI DE LA FORMULE.

L'examen des relations groupant les variables deux à deux conduit à l'adoption de la formule générale reliant les 3 variables, soit explicitée pour chaque variable :

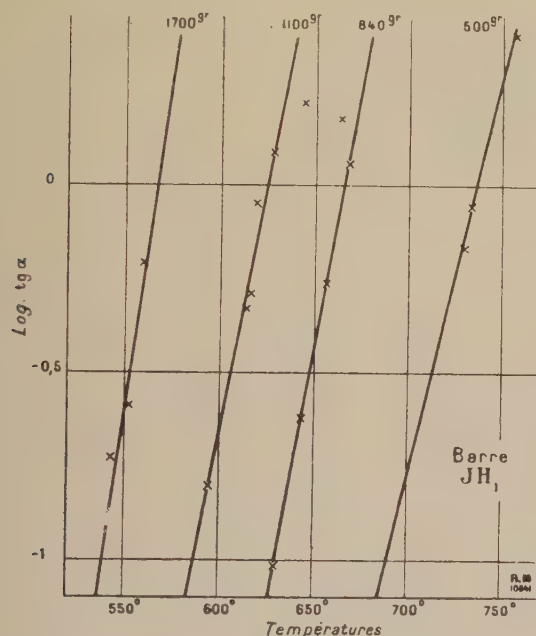


Fig. 14.

$$P = K \frac{K_1 + K_2 \log \operatorname{tg} \alpha}{T - A}$$

$$T = K \frac{(K_1 + K_2 \log \operatorname{tg} \alpha) + A P}{P + K}$$

$$\log \operatorname{tg} \alpha = \frac{P(T - A) + K(T - K_1)}{KK_2}$$

où K , K_1 , K_2 , A sont des constantes dont les valeurs sont consignées plus haut.

Les coefficients a , b , C , D des formules liant les variables deux à deux prennent les valeurs suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{T - A}{KK_2} \\ b = \frac{T - K_1}{K_2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} C = K \frac{K_1 + AP}{P + K} \\ D = K \frac{K_2}{P + K} \end{array} \right. \quad B = K_1 + K_2 \log \operatorname{tg} \alpha$$

A l'aide de la formule générale et des valeurs des constantes on peut calculer une des variables connaissant les autres, en particulier la vitesse de torsion que l'on obtiendra à une température donnée en employant une charge déterminée. Une comparaison entre les chiffres expérimentaux et ceux obtenus avec les valeurs moyennes adoptées pour les coefficients employés dans la formule générale est consignée dans le tableau XIII.

Tableau XIII

Numéros	T degrés	P gr.	Tg α		Erreurs
			observ.	calcul.	
JH ₁ 264	508	1.596	0.45	0.475	+ 0.056
AC ₁ 209	523	2.640	0.078	0.073	- 0.064
Cu _x 257	610	2.445	2.75	2.54	- 0.076
JH ₁ 239	617	844	0.88	0.76	- 0.136
AC ₁ 130	636	1.360	0.27	0.286	+ 0.060
JH ₁ 219	644	819	0.197	0.204	+ 0.035
AC 183	720	485	0.40	0.428	+ 0.070
JH ₁ 231	787	323	1.05	1.045	- 0.005
Limites	508 787	323 2.640	0.078 2.75		

L'erreur moyenne sur les valeurs ainsi calculées est de 7 à 8 %. Pour les aciers, il convient toutefois de limiter l'emploi de la formule à l'intervalle de températures 500°-800°, car la formule n'a plus de sens quand $T > B$ ou $T < A$ et ces coefficients n'ont pas de sens physique précis. Mais pour le cuivre la courbe est continue depuis les plus faibles valeurs de T jusqu'à $T = B$ pour laquelle $P = 0$. Ce point est inférieur de 150° environ au point de fusion du métal, mais comme il est obtenu par une forte extrapolation on peut supposer que sa valeur est trop faible et que P ne devient nul qu'à la fusion. Pour les métaux n'ayant pas de point singulier la courbe serait donc continue pour toutes les valeurs de T .

Il faut aussi limiter la charge P vers les basses valeurs et ne pas introduire dans le calcul des charges trop faibles, car pour $P = 0$ on voit que $\log \operatorname{tg} \alpha$ a encore une valeur finie, très faible il est vrai, mais absolument incompatible avec la réalité. J'aurais pu introduire un terme correctif, mais, outre qu'il eût été trop petit pour apporter un change-

Fig. 15.
Rapport linéaire moyen
des grains de ferrite
1 à 15. $\times 70$.



vers
l'axe

vers le
bord

ment sensible aux résultats trouvés, je n'avais que 3 valeurs de P et $\tan \alpha$ et ne pouvais alors employer que deux constantes, sous peine de ne pouvoir tenter aucune vérification.

REMARQUES.

I. — J'ai signalé plus haut une distribution fort irrégulière des points expérimentaux dans la zone des températures 610° - 630° pour les aciers AC et JH₁. Pour quelques expériences relatives à AC il faut peut-être rechercher comme cause un mauvais réglage du four, mais la multiplicité des points aberrants oblige à chercher une raison inhérente au métal lui-même.

J'ai pensé que cette zone devait être celle de la cristallisation à gros grains de la ferrite, phénomène reconnu et étudié par A. Sauveur (1). D'après cet auteur, la vitesse de cristallisation à gros grains de la ferrite croît très rapidement et passe par un maximum vers 630° sous une déformation mécanique pas trop forte. Les cristaux ainsi obtenus sont assez volumineux. Dans le même ordre d'idée, des cristaux uniques d'aluminium ont été obtenus par Carpenter (2) en combinant un recuit et un effort mécanique modérés. Pour les aciers encore M. Seigle (3) a signalé dans une note l'accroissement des

cristaux d'un barreau d'acier recuit après torsion à froid.

En vue d'obtenir une confirmation de cette hypothèse, j'ai sectionné la barre AC, en son milieu, suivant un plan contenant l'axe du barreau et ai procédé à un examen micrographique après polissage et attaque. On y voit très clairement (fig. 15) la zone axiale à grains fins (état primitif de l'éprouvette, région d'effort nul), et la zone externe à très gros grains de ferrite (région d'effort maximum).

Les dimensions des cristaux varient à peu près dans le rapport de 1 à 15.

Il semble donc que sous les charges employées, le métal puisse, au cours même de l'expérience, changer très rapidement la grosseur de ses grains, à cette température, ce qui expliquerait qu'en opérant dans des conditions aussi semblables que possible les résultats soient assez divergents, dans l'impossibilité où l'on se trouve, pour cette zone assez restreinte, de définir l'état du métal.

2. — Il convient de signaler, à propos des essais relatifs aux barres de cuivre, l'oxydation extrêmement rapide de ce métal dès 600° malgré le courant d'anhydride carbonique, amenant assez vite une diminution notable du diamètre, après enlèvement de la couche continue de CuO. En même temps il se produit une cristallisation rapide, les cristaux devenant visibles à l'œil nu après légère attaque acide, sans polissage, certains ayant 1 mm. et même 1 mm. 5 de côté.

3. — Rien ne met en évidence la limite élastique,

(1) Sauveur. The metallography and heat treatment of iron and steel (2^e édition), p. 265-271.

(2) Carpenter. Iron and Steel Institute.

(3) J. Seigle. C. R., 1924, 178, 2062.

et je n'ai pas cherché à introduire ce terme, car d'après la judicieuse remarque de Bouasse (1) il ne peut en être question dans le cas de la torsion qui n'est pas un phénomène homogène, sous ce rapport.

D'ailleurs Korber et Pomp (2), dans des essais de traction à température croissante, n'ont jamais trouvé sur leurs diagrammes de « limite élastique » au-dessus de 300° C, souvent même de 200° et dans certains cas 100°.

4. — J'avais pensé rapprocher les valeurs des couples de torsion mis en œuvre dans mes expériences, pour différents diamètres d'éprouvette, des nombreuses données existant dans la littérature à propos des essais de traction pour comparer les efforts exercés dans mes expériences avec ceux déjà employés pour obtenir une déformation donnée, et voir à quelle distance ils se tenaient des limites couramment admises pour la rupture. Mais je n'ai pu établir de relation d'aucun ordre en fonction du diamètre; d'ailleurs les vitesses de torsion ne varient pas en fonction de la quatrième puissance du rayon, comme varie dans la loi de Coulomb l'angle de torsion, toutes les autres choses égales (3).

Les barres AC et AC₁, JH₁ et JH₁¹ ne diffèrent que par le diamètre, si à température et vitesse de torsion égales j'établis le rapport des charges pour chaque couple de barres, j'obtiens le tableau suivant, indiquant que ces rapports dépendent de la température et plus faiblement de la vitesse de torsion.

	JH ₁ /JH ₁ ¹					AC/AC ₁				
Températures.	750°	700°	650°	600°	550°	750°	650°	600°	550°	
log tg α = 0 ...	1.05	1.10	1.29	1.38	1.48	1.64	1.70	1.93	2.67	
— 1 ...	1.01	1.18	1.34	1.46	1.56	1.76	1.79	1.96	2.70	

RELATIONS AVEC L'ESSAI DE TRACTION.

J'ai dit plus haut que les coefficients A et B n'avaient aucun sens physique, on ne peut effectivement pas en attribuer à ces valeurs particulières de la température, toutefois les valeurs que prennent ces coefficients dans mes expériences se

(1) H. Bouasse. Annales de Phys. et de Chimie, 1904.

(2) Korber et Pomp : Caractéristiques de résistance de l'acier coulé, à haute température.
Mitt. aus dem K. Wilhelm Inst. für Eisenforschung zu Dusseldorf, VI, 21-31 (1925).

(3) Déjà MM. C. E. Guye et Morein, dans leur note sur le frottement intérieur des fils de quartz aux températures élevées (0-360°) (Archives des Sc. Phys. et Nat. de Genève, 2, 1920, p. 351), avaient bien relevé des variations en fonction du diamètre, par la méthode de Pogendorff, sans pouvoir indiquer la loi de variation.

rapprochent de valeurs remarquables bien connues pour les aciers en métallurgie, particulièrement pour A.

Sa valeur, dans mes expériences, est comprise entre 300°-400° et cette zone de température caractérise la région du « bleu » où les aciers présentent une fragilité depuis longtemps signalée; d'autre part, M. Gouvy (1) signale que le fer Armco (acier très pur à moins de 0,02 % de C) présente la particularité de ne pouvoir être travaillé sans criques entre 850° et 990°, zone où il possède une extrême fragilité — zone qui cadre assez bien avec les valeurs de B.

Une confirmation fort intéressante de l'existence de ces zones se trouve dans l'étude de l'important mémoire de M. E. Dupuy : *Recherches sur les propriétés mécaniques des aciers aux températures élevées* (2).

Ses expériences portent sur l'essai de traction. Bien que les diagrammes représentant la variation de la charge de rupture en fonction de la température aient la même forme pour des aciers dont la teneur en carbone varie de 0,15 à 1,25 %, je m'occuperais plus particulièrement des essais de la série 29, acier dont la composition est :

C=0,15% - Mn=0,46% - Si=0,06% - S=0,034% - P=0,04%

comme se rapprochant le plus des échantillons que j'ai employés. On voit que la charge de rupture (Π) varie très régulièrement avec la température (T) entre 400° et 800° et qu'elle subit de brusques et très nettes variations au sortir de cette zone. De plus la variation Π=f(T) ne peut se représenter par une seule formule simple entre 100° et 1.400°, mais entre 400° et 800° la relation déjà utilisée par mes expériences satisfait fort bien à l'expérience :

$$(1 \text{ bis}) \quad \pi = K' \frac{B' - T}{T - A'}$$

Pour la série 29, métaux laminés et laminés traités, les coefficients sont :

$$K' = 10.75 \quad A' = 292 \quad B' = 1120$$

La correspondance de ma formule et des essais de M. Dupuy est illustrée par la figure 16.

Le coefficient K' ne peut être comparé au coefficient K de mes essais relatifs à la torsion, puisque les unités employées sont différentes, mais on peut remarquer que les valeurs des coefficients A et A', B et B' sont très comparables.

Dans un récent travail de MM. Cournot et Sasagawa (3) : *Contribution à l'étude de la viscosité des*

(1) Cité par M. Dupuy. Revue de Métallurgie, 1921, 18, p. 333.

(2) Revue de Métallurgie, 1921, 18, pp. 331-365.

(3) Revue de Métallurgie, 1925, 22, p. 573.

alliages à température élevée le phénomène étudié est le même que dans mes expériences, les auteurs procèdent par traction de fils (diamètre d'environ 1 mm), déterminent la « limite de viscosité » (2), point à partir duquel le métal, sous charge et température constantes, commence à se déformer avec une vitesse constante.

graphiques quelques valeurs de ces deux variables j'ai pu constater que la loi logarithmique était pourtant fort bien suivie.

Ceci supposerait que la « limite de viscosité » n'est pas déterminée aussi nettement que le montre M. Cournot, la courbe étant logarithmique cette limite est rejetée à l'infini, ou tout au moins à la

RELATIONS AVEC L'ESSAI DE TRACTION

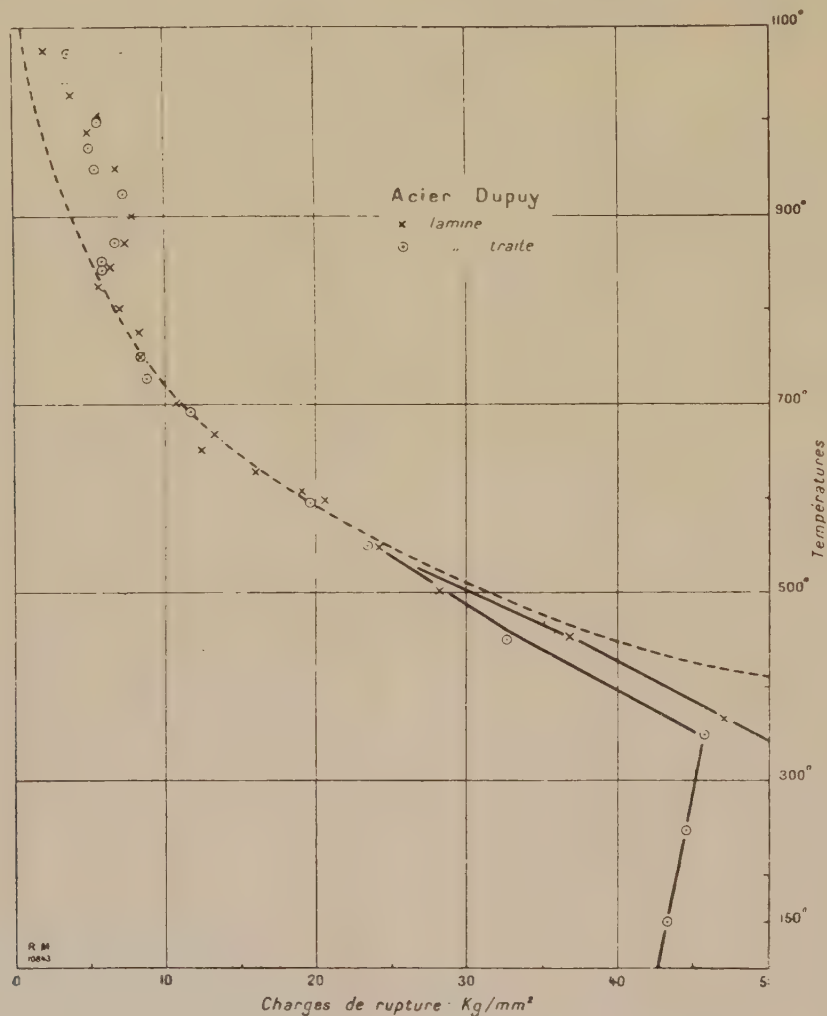


Fig. 16.

Les courbes vitesse d'écoulement-charge par mm^2 , à température constante se rapprochent nettement de la forme exponentielle. Cependant le peu de tableaux numériques et de points expérimentaux par isothermes (2 à 4) ne m'en a pas permis une vérification bien précise. En relevant sur les

(2) Cette expression est celle même employée par ces auteurs. Bien que le terme viscosité ait déjà été appliqué à ce phénomène, j'estime cette expression impropre pour les raisons que j'expose un peu plus loin.

charge nulle ; en pratique c'est seulement à ce point que le déplacement visqueux acquiert une valeur mesurable. Ceci confirme l'hypothèse, déjà énoncée par MM. Bouasse et Michelson, que la déformation permanente prend naissance dès la mise en charge.

Remarquons cependant — et c'est l'avis formulé par M. Chevenard dans une note sur le sujet (1) —

(1) C. R., 1922, 175, p. 486.

qu'au point de vue *essai* la limite proposée garde toute sa signification.

Des courbes ci-dessus, ces auteurs déterminèrent les courbes *charges limites de viscosité-température*. Leur allure est exactement celle de mes courbes : *vitesse de torsion-température* et de plus la formule que j'ai employée reproduit fidèlement, avec des coefficients convenables, les chiffres expérimentaux du mémoire en question. Voici, en particulier, la concordance obtenue pour les aciers doux (0.04 % Carbone) et demi doux (0.22 %).

Les coefficients de la formule II prennent les valeurs :

Acier doux A { 22i B { 747 K { 10 Acier 1/2 doux..... A { 226 B { 752 K { 10				
Tempé- ratures	Chiffres de M. Cournot	Chiffres de ma formule	Chiffres de M. Cournot	Chiffres de ma formule
	Acier doux		Acier 1/2 doux	
350° C	31	31.4	32	32
400	20	19.7	21	20
500	8	9.0	9	9
600	4	4.0	4	3.95
700	—	1.1	1	1

Il convient de remarquer que les valeurs des coefficients A et B sont fort voisines de celles que j'ai obtenues dans mes expériences.

On peut conclure de ces divers rapprochements que sans avoir de signification physique précise les coefficients A et B se rattachent étroitement à une propriété mécanique générale des aciers et pourraient bien, malgré les divergences expérimentales, ne dépendre que de la nature du métal.

MM. Cournot et Sasagawa ont été, de leur côté, frappés de l'analogie de leurs courbes et de celles de M. E. Dupuy (1) et les ont comparées dans leurs graphiques ; ils ont aussi reproduit des courbes analogues de M. Dickenson (2).

De cet ensemble il se dégage :

1° Que les variations de la charge de rupture en fonction de la température présenteraient quelques avantages à être exprimées par une formule analogue à celle qui m'a servi à traduire les variations de la vitesse de déformation en fonction de la température (sans vouloir faire de calcul pour les autres aciers — ce qui sortirait de mon travail —

(1) E. Dupuy. Loco citato.

(2) Dickenson. Some experiments on the flow of steels at a low red heat. Iron and Steel Institute, 2, 1922, pp. 103-154.

l'examen de plusieurs courbes traduisant ce phénomène semble confirmer mon point de vue).

2° Que du moment que l'on est dans la zone des déformations permanentes et que l'on se maintient entre 400° et 800° (environ), la relation entre une valeur fixe de la vitesse de déformation et la température, de même qu'entre la charge de rupture et la température, est bien celle que j'ai indiquée, et ceci aussi bien pour des aciers à très faible teneur en carbone (0,02 %) ou à haute teneur (1,25 %), que pour des aciers spéciaux (tel celui contenant 63 % Ni et 14 % Cr), que pour le cuivre.

REMARQUES.

1° Il résulte du fait que la vitesse de torsion varie exponentiellement avec le couple appliqué, que le phénomène ne ressort pas de la viscosité, la relation torsion-force devant être dans ce cas linéaire. Je n'ai conservé le nom de déplacement visqueux que parce qu'il a été employé déjà plusieurs fois pour ce phénomène et pour ne pas créer de confusion avec une nouvelle terminologie ; mais il importe de distinguer ces deux lois possibles différentes de la déformation.

2° Dans un travail récent, M. Cournot (1) a poursuivi, en collaboration avec M. Pagès, ses études sur la *viscosité* des métaux aux hautes températures.

Les expériences sont menées à peu près dans les mêmes conditions que dans le premier mémoire, sur des laitons et du cuivre pur. Ce dernier métal permet une comparaison très intéressante avec mes travaux : le sens de la courbure des courbes *charges-températures* n'est pas le même que pour les aciers, résultat apparaissant aussi avec netteté dans les mesures de M. Cournot. Alors que pour les aciers les trois coefficients A B K sont positifs, dans le cas du cuivre A et B restent positifs, mais K devient négatif, aussi bien pour les courbes *charges-températures* (torsion) que *limite de viscosité-température* (traction).

Parmi les travaux récents, dont la bibliographie est relevée dans ce mémoire, seul celui de MM. J. Tapsell et J. Bradley (2) a une relation directe avec mes travaux, traitant des propriétés mécaniques à haute température d'un alliage Cu-Ni au point de vue spécial de l'écoulement. Il fournit un certain nombre de courbes de la charge-limite d'écoulement par traction et torsion présentant l'allure caractéristique des courbes que j'ai obtenues.

(1) Rev. de Métall., XXIII, 12, 701-708.

(2) Institute of Metals, mars 1926.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS (1).

L'étude du phénomène de torsion décrite dans ce travail met nettement en évidence :

1° Une formule reliant, dans l'essai de torsion, les valeurs de la *vitesse de torsion*, du *couple appliqué* et de la *température*, valable dans la zone de déformations permanentes ; pour toutes températures, à l'état solide, pour le cuivre, et entre les limites de 400 et 800° C (environ) pour le fer et les aciers.

2° L'extension de cette formule au cas de la traction, au lieu de la torsion, pour les déformations visqueuses.

3° Une formule analogue à celle employée pour

(1) C. R., 1926, 182, p. 761.

traduire la variation de la déformation visqueuse en fonction de la température, exprimant la variation de la charge de rupture en fonction de la température.

4° Les zones d'hétérogénéité mécanique des aciers vers 850 et 450° C.

La cristallisation à gros grains de la ferrite vers 620° C sous un effort mécanique modéré. Ces résultats sont en très bon accord avec les données de la littérature métallurgique.

5° Le déplacement visqueux dès le début de la mise en charge, pendant la période élastique, du fait que la relation entre la charge et la déformation est exponentielle tant pour la torsion que la traction, et malgré les faibles valeurs qu'il possède alors, ce phénomène vient encore à l'encontre de la définition de la limite élastique, déjà si peu précise.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) **Tresca** : Savants étrangers, 1868, XVIII, XX.
- (2) **Tresca** : C. R., 1869, 68, p. 1197.
- (3) **Brillouin** : C. R., 1891, 112, p. 1054.
- (4) **Brillouin** : Ann. Chim. et Phys., 1898, XIII.
- (5) **Brillouin** : Ann. Chim. et Phys., 1914, II.
- (6) **H. Bouasse** : Ann. Chim. et Phys., 1897, XI.
- (7) **H. Bouasse** : Ann. Chim. et Phys., 1903, XXIX, p. 384.
- (8) **H. Bouasse** : Ann. Chim. et Phys., VIII.
- (9) **H. Bouasse et Z. Carrière** : Ann. Fac. des Sc. de Toulouse, 105, p. 383.
- (10) **C. E. Guye et ses Elèves** : Arch. Sc. Phys. et Nat. de Genève, 1908, 1910, 1914, 1916, 1917, 1918, 1920.
- (11) **C. E. Guye et ses Elèves** : C. R., 1909, 149, p. 1066.
C. E. Guye et ses Elèves : C. R., 1910, 150, p. 962.
- (12) **C. E. Guye et ses Elèves** : Revue de Métallurgie 1910, 7.
- (13) **C. E. Guye et ses Elèves** : Journ. de Phys., 1912, II.
- (14) **K. Honda et S. Konno** : Sc. reports of the Imperial Tohoku University, 1922, XI, n° 5.
- (15) **Horton** : Proceedings Roy. Soc. of London, 1904, 73.
- (16) **Chevenard** : C. R., 1919, 169, p. 712.
- (17) **Chevenard** : C. R., 1922, 175, p. 486.
- (18) **J. Gournot, K. Sasagawa** : Revue de Métallurgie, 1925, 22, p. 753.
- (19) C. R., 1925, 181, p. 661.
- (20) **E. Dupuy** : Rev. Métallurgie, 1921, 18, pp. 331-365.
- (21) **J. H. S. Dickenson** : Journ. of Iron and Steel Institute, 1922, 2, pp. 103-154.
- (22) **Le Chatelier (H. et F.)** : C. R., 1920, 171, p. 695.
- (23) **A. A. Michelson** : Journ. of Geology, 1917, 25, p. 405.

DEUXIÈME THESE

Propositions données par la Faculté :

SUR LE MÉCANISME DE L'OXYDATION

Vu et approuvé :

Paris, le 14 Avril 1927,

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

Ch. MAURAIN.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

S. CHARLÉTY.

